

感染症パンデミックの時空間ダイナミクス解析

佐々木真*、織田彩友美*、荒川弘之**、山田琢磨***、杉田暁****

*日本大学生産工学部、**九州大学医学部、***九州大学基幹教育院、****中部大学国際 GIS センター

1. はじめに

人類は紀元前から、さまざまな感染症と戦っている。天然痘、ペスト、新型インフルエンザなどが挙げられる。2019年12月初旬に中国の武漢市で感染者が報告された COVID-19 は、未だ収束に至っていない。経済活動を回復させるためにも感染の流行を詳細に予測する手法を開発することが急務である。感染症流行予測を記述する数理モデルに SIR モデルがある。SIR モデルは未感染者 (Susceptible)、感染者 (Infected)、感染後死亡もしくは回復による免疫を獲得した者 (Recovered) の頭文字であり、SIR それぞれ 3 本の連立微分方程式で表される [1]。このモデルによって単一の都市や国における予測が可能である。さらに都市間の感染者数の伝播を考える場合は、モデルの拡張が必要となる。

本研究では、都市間の感染者数伝播を考慮可能なモデルを提案する。感染症の伝播は人流の移動が担っている。図 1 に示すように各地方・地域間では、人流交換がネットワークをなしている。ここでは、国内の人流移動の統計データを基に各都市間の人流交換量を評価し、SIR-model にその効果を取り込んだ。



図 1 人流移動による都市間の結合

2. 都市毎の感染者数の時空間挙動

都市毎の COVID-19 の感染者数推移を図 2 に示す。本章では、どうやってこのデータを得たのかを書く。第 7 波 (令和 4 年 7 月 1 日～令和 4 年 9 月 30 日) に対応する領域を抜き出したものである。縦軸には都市のラベル番号で表示おり、北から順に北海道から九州・沖縄地方までが示されている。0:北海道、1:東北、2:関東、3:中部、4:近畿、5:中国、6:四国、7:九州・沖縄に対応する。この波は $t=20$ あたりで関東から感染者数の増加が始まり、 $t=35$ 近傍でピークを迎え、 $t=60$ すなわち 40 日程度で収束していることが分かる。一方で都市毎の挙動に注目すると、関東を起点に他の地方に感染の波が伝播していることが分かる。例えば、中国地方では感染が始まるまで関東に比べ約 10 日の遅れがある。また、九州・沖縄地方の感染者増加は、中国地方に比べ早いことから、実空間における単純な拡散では扱えないことが分かる。

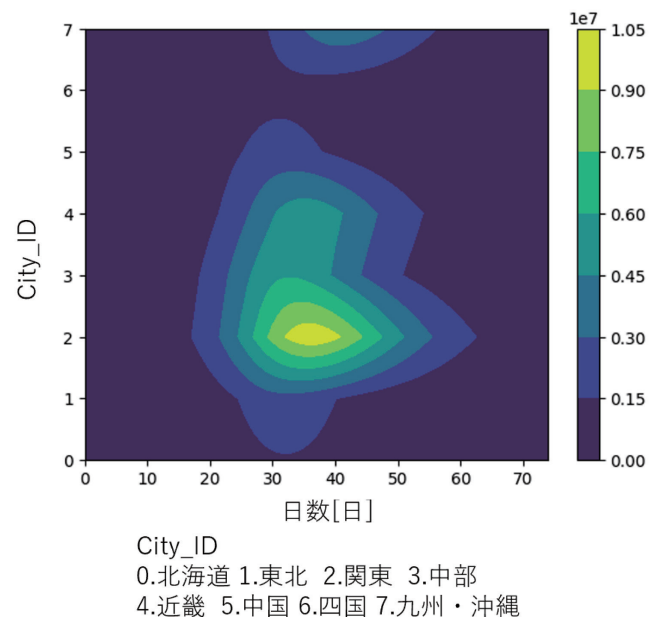


図 2 各都市毎の感染者数の推移データ

そこで本研究では、人流交換による都市間の経路関係に着目する。上述な感染が始まるまでの遅れ時間を予測することが出来れば行政の対策が可能となる。そのため都市間伝播を記述する拡張型のモデルを開発する必要がある。

3. 都市毎の人流移動を考慮した SIR モデル

複数の都市間の人流交換を考慮する以下のモデル [2] 提案する。都市 ID が i 番目に関する未感染者数、感染者数の時間変化は次のように与えられる。

$$\frac{dS_i}{dt} = -\beta S_i(t)I_i + \sum_j \sigma_{ij} S_j(t) - \sum_j \sigma_{ji} S_i(t) \quad (1)$$

$$\frac{dI_i}{dt} = \beta S_i(t)I_i - \gamma I_i(t) + \sum_j \sigma_{ij} I_j(t) - \sum_j \sigma_{ji} I_i(t) \quad (2)$$

ここで S_i 、 I_i はそれぞれ都市 i における未感染者数、感染者数を表す。 σ_{ij} は都市 j から都市 i の移動確率を表す。移動確率は都市 i から移動する総人口に対する都市 j に移動した割合である。国土交通省の純流動表データを引用し、移動行列 σ を評価した。 σ により都市間人流移動を考慮した SIR モデルの構築が可能となる。ここで S_i については、人流交換による人口の増減は起きないとする。すなわち、 $\sigma_{ij}S_i = \sigma_{ji}S_i$ が成立していると仮定し、 S_i に対する人流交換は考えない。

$\sigma=0$ とすると従来のモデルに一致する。 β は感染率、 γ は死亡率・回復率を表す。また、 S_i は都市の人口、 I_i は感染者数、 R_i は死者数または回復者数を表す。式(1)は都市の人口 $S_i(t+1)$ を t における都市 i の人口と都市 i から都市 j に移動する人口、都市 j から都市 i に移動する人の和を従来の SIR モデルに適用することにより求めている。式(2)も同様に $I_i(t+1)$ を求めることが出来る。厚生労働省の感染者・死者または回復者数データに対して、本手法を適用することで人流移動を含む感染者数の推定を行った。

σ は国土交通省が公開している人流移動情報を基に評価を行った。公開データは、移動手段別に出発地と目的地の移動人数が整理されている。本研究では全ての移動手段の合計移動人数に着目した。各地域での人口で規格化することで、人流確率の形で評価した。得られた移動確率を出発地・目的地に関して行列の形で整理し、それを移動確率行列と呼ぶ。これが式(1)、(2)における、 σ に対応する。図3に移動確率行列 σ を示す。横軸は出発都市、縦軸に目的地に対応する。カラーは移動確率の対数値に対応する。ここで、対角成分が非表示になっているが、それは都市移動を伴わない為、今回の解析では0として扱う。

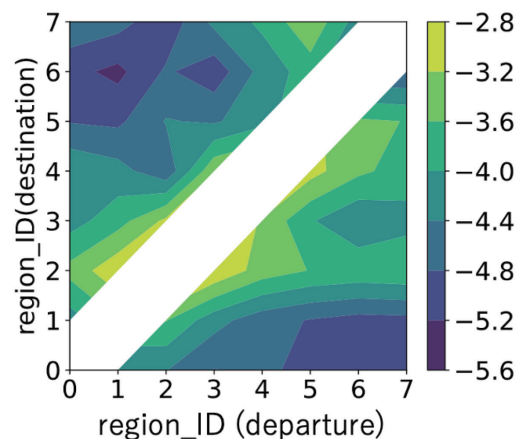


図3 移動確率行列 σ

4. 感染率と死亡率・回復率の推定

詳細な予測には、 β と γ を適切にすることが必要である。感染者の実測値を再現するように、 β と γ の推定を以下の手順で行った。

感染者の増加傾向より基本再生産数 c を評価し、その値を固定した状態で β と γ をスキャンし、適切なパラメータを求めた。 β を変化させたときのモデルによる推測値と実測値の2乗誤差の振る舞いを図4に示す。2乗誤差が最小のとき、 $\beta \approx 1.14 \times 10^{-8}$ となる。回復率 γ は、その都市の実効再生産数に合うように決定した。以降のシミュレーションでは、本解析で得られたパラメータを使用して実行する。

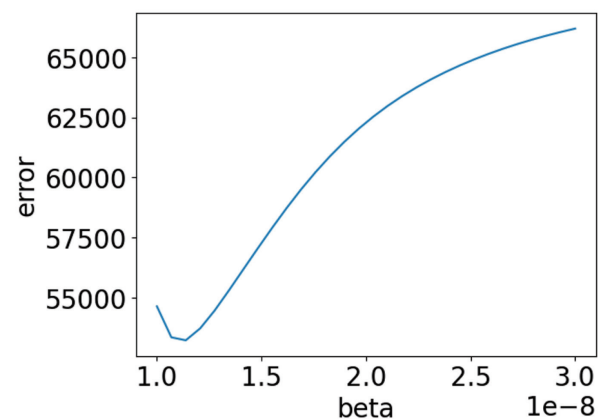


図4 β に対する推定値と実測値の2乗誤差の振る舞い

5. 拡張版 SIR モデルによる推定

まず、代表的な都市として、関東を四国の2都市を選び、式(1)，(2)を適用する。各都市の感染者数についての初期条件には実測値を使用する。また、第4章で求めた β と γ を使用した。シミュレーションの結果を図5に示す。横軸は日数、縦軸は感染者数に対応する。関東は $t=15$ [日] でピークを迎え、四国は $t=40$ [日] でピークを迎える。すなわち、四国の感染の波は関東より約25日遅くなっている。実測による関東と四国による遅れは28日であった。時間遅れの推定にはある程度の定量性が期待される。

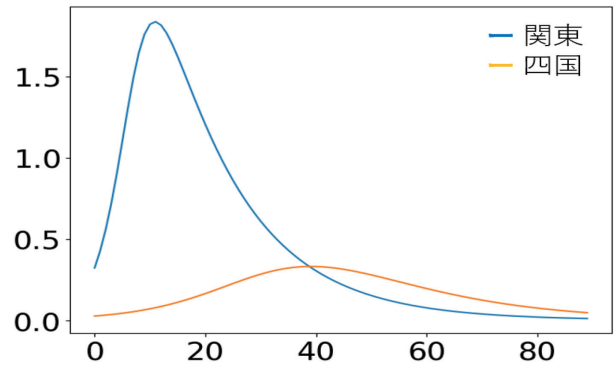


図5 シミュレーションで得られた
関東・四国の感染者推移

次に、時間遅れを決める要因を明確にするために、初期条件を固定し、都市間移動確率を変化させる。2都市間での式(1)，(2)を基に、感染者推移を計算する。ここで、都市1は感染条件を満たし、都市2は感染条件近傍にある状態を考える。すなわち、

$$\begin{aligned} \beta S_1 &> \gamma_1 \\ \beta S_2 &\sim \gamma_2 \end{aligned}$$

を満たしている。この時、都市1と都市2の感染ピークの時間差の振る舞いを図6に示す。移動確率の典型的な値は、図3によると $\sigma \sim 0(10^{-3})$ 程度である。その程度の値では、60日程度となり、これは実測と合致しないことが分かる。

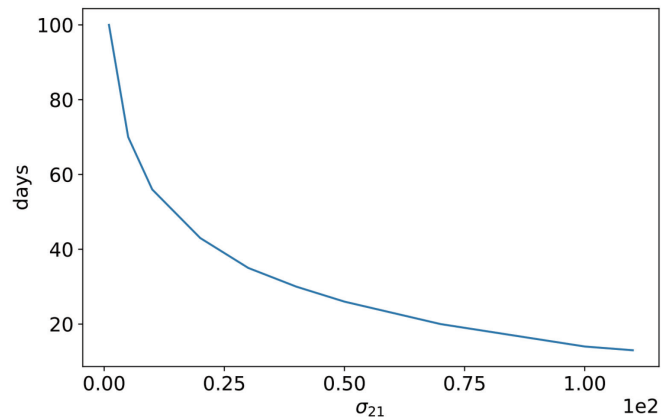


図6 人流移動確率に対する都市間感染ピーク時間差

すなわち、人流移動のみで感染の都市間伝播が起きている訳ではない可能性がある。

次に、初期条件に対する依存性について調査する。上述の2都市間での問題設定において、今度は人流移動確率を固定し、都市2のみ初期条件を変化させた時の振る舞いを見る。都市1、都市2それぞれの感染者数推移を図7に示す。都市2の感染者数の初期値が小さい場合は、本章の初めに述べたのと同様に40日程度の時間遅れとなる一方で、初期値が大きい場合は、時間遅れがほぼなくなることが分かる。このように初期値依存性は非常に強いことが分かる。この依存性を理論的に調べるために、式(2)の解を単純な場合で書き下すと、以下の通りとなる。

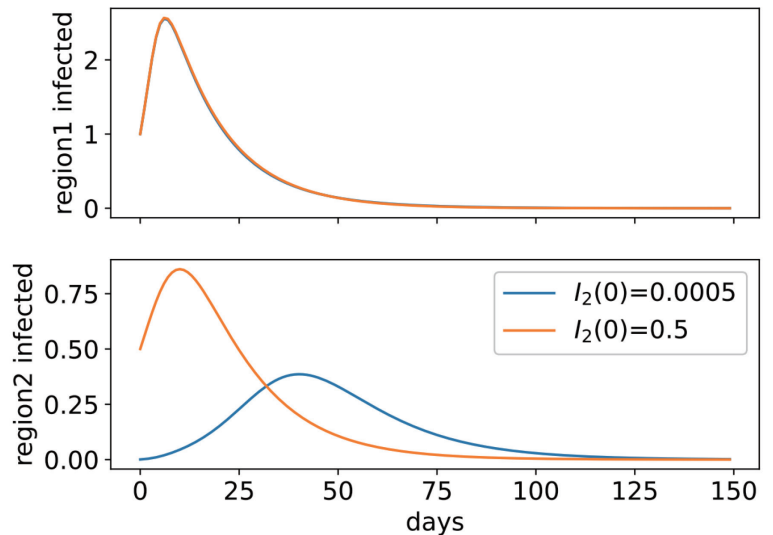


図7 初期条件を変化させた時の都市1，2の感染者数推移（上図：都市1，下図：都市2）

$$I_2 = e^{\eta t} \left(\sigma_{12} \int_0^t e^{-\eta t'} I_1(t') dt' + I_2(0) \right) \quad (3)$$

ここで、 $\eta = \beta S_2 - \gamma$ である。カッコ内の第1項は人流移動による感染者数増加の効果、第2項は初期感染者数に依存する項である。初期感染者数の振る舞いで全てが決まってしまう場合は、第2項が卓越する場合に相当する。ここで、初期の振る舞いに注目することで、 $I_1(t)$ を定数として、積分の外に出して評価すると、初期感染者数が重要となる条件を以下のように得ることができる。

$$I_2(0) > \frac{\sigma_{12}}{\eta} I_1(0) \quad (4)$$

閾値は人流移動が激しいほど、右辺が大きくなることがわかる。現状のパラメタを代入すると、圧倒的に左辺が大きいたことが分かった[3]。すなわち、現状では潜在的な感染者数が大きいため、人流効果による感染伝播の効果が効きにくい状況になっている事がわかった。

6. まとめ

COVID-19 を対象として、人流移動を考慮した拡張型 SIR モデルの提案をし、都市間の伝播を模擬した。人流交換行列は国土交通省より評価した。定量的な予測を目指して最適なパラメータを推定した。モデルを 8 都市（日本全国の各地方）に適用した。地方毎の感染遅れ時間を定性的に再現することに成功した。

感染時間遅れの内訳を調査したところ、人流効果は重要ではなく、初期条件（潜在的感染者数）の大小のみで時間遅れが決まっている事がわかった。潜在的感染者数が非常に大きいため、人流効果は効きにくいのが現状である。

7. 謝辞

本研究の一部は、中部大学問題複合体を対象とするデジタルアース共同利用・共同研究 IDEAS202308 の助成を受けたものです。

参考文献・データ

1. 稲葉寿 「感染症の数理モデル」株式会社培風館 2020 年
2. 杉山泰生 卒業論文（日本大学生産工学部） 2022 年度
3. 織田彩友美 卒業論文（日本大学生産工学部） 2023 年度